

## $\mathbb{C}$ -Algèbres Normées Préhilbertiennes Vérifiant $\|a^2\| = \|a\|^2$

M. R. Hilali, A. Moutassim and A. Rochdi

**Résumé.** Dans ce papier nous montrons que si  $A$  est une algèbre complexe, normée, préhilbertienne, algébrique, sans diviseurs de zéro et vérifiant  $\|a^2\| = \|a\|^2$  pour tout  $a \in A$ . Alors  $A$  est de dimension finie et isomorphe à  $\mathbb{C}$ . Ce dernier nous permet de donner des nouveaux résultats plus généraux que ceux du cas absolument valué. De plus nous donnons un exemple d'une  $\mathbb{C}$ -algèbre normée, Hilbertienne, sans diviseurs de zéro, de dimension infinie et vérifiant  $\|a^2\| = \|a\|^2$  pour tout  $a \in A$ .

**Mots clés.** Algèbre (préhilbertienne, commutative, associative, alternative, flexible, à puissances associatives, algébrique).

**Abstract.** In this paper we prove that if  $A$  is a complex, normed, pre-Hilbert, algebraic algebra, without divisor of zero and satisfying  $\|a^2\| = \|a\|^2$  for all  $a \in A$ . Then  $A$  is finite dimensional and isomorphic to  $\mathbb{C}$ . This last allows us to give some new more general results than those of the case absolute valued. Moreover we give an example of a complex, normed, Hilbert, infinite dimensional algebra, without divisor of zero and satisfying  $\|a^2\| = \|a\|^2$  for all  $a \in A$ .

**Keywords.** Algebra (pre-Hilbert, commutative, associative, alternative, flexible, power associative, algebraic).

M. R. Hilali  
Département de Mathématiques et Informatique,  
Faculté des Sciences Ain Chock,  
B.P. 5366, Maarif Casablanca  
MAROC  
e-mail: rhilali@hotmail.com

A. Moutassim

Laboratoire d'algèbre, d'Analyse et Applications (L3A)  
Département de Mathématiques et Informatique,  
Université Hassan 2,  
Faculté des Sciences Ben M'sik B. P. 7955,  
Casablanca, Morocco  
e-mail: [moutassim-1972@hotmail.com](mailto:moutassim-1972@hotmail.com)

A. Rochdi

Laboratoire d'algèbre, d'Analyse et Applications (L3A)  
Département de Mathématiques et Informatique,  
Université Hassan 2,  
Faculté des Sciences Ben M'sik B. P. 7955,  
Casablanca, Morocco  
e-mail: [abdellatifro@yahoo.fr](mailto:abdellatifro@yahoo.fr)

Received: May 11, 2008

Accepted: June 11, 2008